Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení rychlostí

Molekuly plynu se neustále pohybují a srážejí, každá z nich má při stejné hmotnosti a jiné rychlosti rozdílnou kinetickou energii. Statistické rozdělení rychlostí náhodného pohybu částice plynu je velmi dobře popsáno **Maxwellovým-Boltzmannovým rozdělením**. Hustota pravděpodobnosti[pozn 1] rozdělení velikosti rychlosti molekuly ideálního plynu má tvar:

$$f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} 4\pi v^2 \mathrm{e}^{\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)}$$ kde m je hmotnost molekuly, k je Boltzmannova konstanta ($1{,}38.10^{-23}$ $J.K^{-1}$) a T absolutní teplota.

Nejdůležitější charakteristikou je střední kvadratická hodnota (protože se používá k vyjádření střední kinetické energie molekul):

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Důležitým parametrem je také maximum, tedy nejpravděpodobnější rychlost (v řeči statistiky jde vlastně o modus):

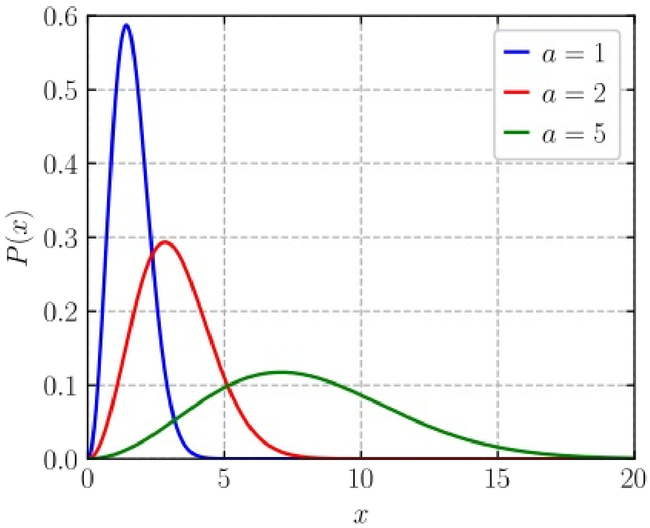
$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Najde se snadno derivováním hustoty.

Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení není symetrické, ale kladně sešikmené, tzn. nejedná se zároveň o jeho střední hodnotu. Fyzikální interpretace je taková, že jde o rychlost, s jakou se pohybuje nejvíce částic v systému, **ne však** o průměrnou rychlost jednotlivých částic. Ta se dá spočítat integrací: (řeší se substitucí $u = v^2$ a dále metodou per partes)

$$\bar{v} = \int_0^\infty v f(v) dv = \int_0^\infty \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} 4\pi v^3 \mathrm{e}^{\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)} dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Chování plynů, které lze popsat pomocí Maxwellova-Boltzmannova rozdělení, závisí na teplotě. Čím je vyšší teplota, tím je maximum rychlostí posunuto více směrem k vyšším hodnotám a sama křivka je plošší.



Příklady Maxwellova-Boltzmannova rozdělení pro několik hodnot parametru $a = \sqrt{\frac{kT}{m}}/v_0$ (nejpravděpodobnější rychlost vztažená k libovolné referenční hodnotě rychlosti, např. pro vzduch o teplotě 300 K). Na vodorovné ose je $x = v/v_0$, na svislé hustota pravděpodobnosti $P(x) = f(x)$ podle značení výše uvedeného.

Odkazy

Poznámky pod čarou

1. Pro připomenutí nebo vysvětlení, hustota pravděpodobnosti je funkce, která popisuje pravděpodobnostní chování. Například pokud nás zajímá pravděpodobnost, že rychlost náhodně vybrané částice leží v intervalu v_1 až v_2, pak je řešením integrál z hustoty pravděpodobnosti s integračními mezemi od v_1 do v_2.

Zdroj

- KUBATOVA, Senta. *Biofot* [online]. [cit. 2011-01-31]. <https://uloz.to/!CM6zAi6z/biofot-doc>.