

# Zákon radioaktivního rozpadu

**Zákon radioaktivního rozpadu** popisuje kvantitativně rozpad ve velkém souboru radioaktivních prvků. Matematicky je zákon formulován následujícím způsobem:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

, kde  $N$  je počet atomů v daném vzorku v čase  $t$ ,  $N_0$  je počet atomů v čase  $t=0$  a  $\lambda$  je rozpadová konstanta. Rozpadová konstanta souvisí s často používaným poločasem rozpadu následujícím způsobem:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Poločas rozpadu charakterizuje příslušný izotop. Jde konstantu, kterou lze s velmi dobrou spolehlivostí pokládat za konstantní navzdory běžným fyzikálním vlivům jako je tlak, teplota nebo chemické okolí příslušného izotopu. Jeho hodnota se pohybuje od zlomků sekundy až po tisíce let.

## Předpoklady

Zákon je odvozen za zjednodušující předpokladů. Některé pouze usnadňují odvození, v dalším kroku lze ukázat, že jejich vypuštění vede pouze k nepatrně složitějším tvarům. Jiné vycházejí z fyzikálních představ o rozpadu jádra jako o fyzikálním ději. Jejich oprávněnost stojí jednak na hlubších principech jaderné fyziky a jednak na tom, že výsledky předpovězené zákonem radioaktivního rozpadu jsou ve velmi dobré shodě s experimentem.

Předpoklady usnadňující odvození jsou:

- Na počátku sledování je ve studovaném objemu je pouze  $N$  identických atomů příslušného izotopu.
- Příslušný izotop se rozpadá pouze jedním typem jaderného rozpadu.

Předpoklady vycházející z fyzikální podstaty jaderného rozpadu jsou:

- Rozpad jádra je nevratný děj. Jakmile se jádro jednou rozpadne, nedojde k jeho "složení".
- Rozpad jádra je náhodný děj. Pravděpodobnost, že u daného jádra v daném okamžiku dojde k rozpadu, nezávisí na předchozím čase, je v každém čase (kdy ještě nedošlo k rozpadu) konstantní. Předpoklad nezávislosti na minulosti je poněkud protiintuitivní. Nejlepší představa pro nefyzika je taková, že jádro příslušného radioizotopu bez jakýchkoliv známek "pnutí a pukání" čeká, dokud se z ničeho nic nerozpadne.

## Odvození

K odvození lze použít několik postupů. Každý z nich je založen na aplikaci základu infinitesimálního počtu a více implicitně nebo více explicitně uvedeném základu počtu pravděpodobnosti.

Předpokládáme nejdříve jen jeden atom. Pravděpodobnost, že se rozpadne, je v libovolném čase stejná, je úměrná pouze délce tohoto intervalu. Pro nekonečně krátký časový interval  $dt$  se tedy pravděpodobnost  $p$  rozpadu konkrétního atomu určí jako:

$$p = \lambda dt$$

, kde  $\lambda$  je konstanta úměrnosti. Tato konstanta se označuje jako **rozpadová konstanta** a má význam konstanty charakterizující rychlost rozpadu.

Nyní předpokládejme, že je v souboru  $N$  částic. Střední hodnota, tedy vágně průměrný počet částic, které se v systému za čas  $dt$  rozpadnou, je dána jednoduše:

$$\bar{N}_r = pN$$

Pro velmi vysokou hodnotu  $N$  je rozptyl zanedbatelný, takže lze psát, že za nekonečně malý čas  $dt$  se rozpadne pokaždé stejně (nekonečně málo) jader  $dN$ . Protože se celkem samozřejmě předpokládá, že se jádra rozpadnou, objevuje se ve vztahu znaménko mínus:

$$dN = -\lambda N dt$$

Výše uvedený vztah je obyčejná diferenciální rovnice, kterou lze upravit následujícím způsobem (tato metoda řešení obyčejných diferenciálních rovnic se nazývá metoda separace proměnných; rovnice, které lze takto řešit, se nazývají separovatelné):

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

a následně jednoduše integrovat:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN_t}{N_t} = -\lambda \int_0^t d\tau$$

Určení integračních mezí je záležitostí teorie diferenciálních rovnic. Názorně si to lze představit tak, že se na levé straně rovnice integruje od počátečního počtu částic  $N_0$  do současného počtu částic  $N$ , na pravé pak přes odpovídající čas. Po integraci obou stran rovnice a po jednoduché úpravě bude výsledek:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Jako zákon radioaktivního rozpadu se někdy označuje již výše uvedená diferenciální rovnice, obvykle však až tato jednoduchá rovnice.

## Rozpadová konstanta a poločas rozpadu

Rozpadová konstanta  $\lambda$  plně popisuje rychlost rozpadu. Protože je méně názorná, obvykle se používá poločas rozpadu  $T_{1/2}$ , který říká, za jak dlouho se množství izotopu v daném vzorku sníží na polovinu. Protože rozpadová konstanta i poločas rozpadu popisují tutéž vlastnost, je mezi nimi jednoznačný vztah, který lze odvodit následujícím způsobem.

Nechť je na počátku ve vzorku  $N_0$  atomů. Po uplynutí poločasu  $T_{1/2}$  je ve vzorku z definice  $N_1 = N_0/2$  atomů. Jistě platí:

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Pokrácením obou stran rovnice dostaneme:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Protože na obou stranách rovnice jsou kladné hodnoty, lze obě strany rovnice logaritmovat:

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda T_{1/2}}$$

S využitím základních vlastností logaritmů lze vztah upravit:

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

A tedy:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

## Odkazy

### Související články

- Radioaktivita
- Radionuklid
- Rozpad alfa
- Rozpad beta
- Vylučování radioaktivních látek organismem

### Literatura

- HRAZDIRA, Ivo a Vojtěch MORNSTEIN. *Lékařská biofyzika a přístrojová technika*. 1. vydání. Brno : Neptun, 2001. 396 s. ISBN 80-902896-1-4.
- HÁLA, Jiří. *Radioaktivita, ionizující záření, jaderná energie*. 1. vydání. Brno : Konvoj, 1998. 312 s. ISBN 80-85615-56-8.